Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 1

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = 2\sin^2\varphi\cos^2\varphi/\rho^3$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 3/r^2)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 3/r^5$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^2 - 3/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 3\mathrm{e}^{-2r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = (2+\sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 2$ вдоль оси z в поле $U = (2x + 3z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 1/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 2/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/4}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 2

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^5$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(2 + 1/r^2)$. Скорость частиц $v = 3$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 2/r^6$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 2/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2\mathrm{e}^{-4r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(1+\sin\omega t)\mathrm{e}^{-r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 1$ вдоль оси z в поле $U = (4x - 2z)/r^4$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 2/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 3/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/9}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \;\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 3

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 3$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^5\varphi\cos^4\varphi/\rho^4$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 3r^2) - 2\ln r$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^7$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 4/r^2 - 3/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2/(3 + r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(1 + 3\sin\omega t)\mathrm{e}^{-4r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 3$ вдоль оси z в поле $U = (2y + z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 3/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 4/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-4r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 4

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^4\varphi/\rho^5$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(2 + 3/r^2)$. Скорость частиц $v = 1$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 5/r^8$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 5/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = \mathrm{e}^{-5r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = (3+\sin\omega t)\mathrm{e}^{-3r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 4$ вдоль оси z в поле $U = (4x + 3z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 4/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 5/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-9r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $\;R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 5

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^2\varphi\cos^2\varphi/\rho^5$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = -2\ln r + \ln(r^2 + 1)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 6/r^9$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 6/r^2 - 3/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 1/(4 + r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 4(2+\sin\omega t)\mathrm{e}^{-r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 2$ вдоль оси z в поле $U = 3(-y + z)/r^4$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 5/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 6/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/3}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 6

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^6$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 4/r^2)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 7/r^4$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 1/r^4 - 3/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2\mathrm{e}^{-r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(1 + 3\sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 5$ вдоль оси z в поле $U = (2z - y)/r^4$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 6/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 7/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \;\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 7

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^5\varphi\cos^2\varphi/\rho^6$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(9 + 1/r^2)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 8/r^5$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 1/r^2 - 1/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 4/(1 + 2r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(3+\sin\omega t)\mathrm{e}^{-r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 6$ вдоль оси z в поле $U = (-4x + z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 7/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 8/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/6}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 8

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^4\varphi/\rho^7$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 4r^2) - 2\ln r$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 9/r^6$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 5/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 5\mathrm{e}^{-2r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = (2 + 5\sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 5$ вдоль оси z в поле $U = (-5y + z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 8/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 9/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-2r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 9

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 3$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^2\varphi\cos^2\varphi/\rho^8$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 1/r^2)$. Скорость частиц $v = 4$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 2/r^{10}$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 3/r^2 - 2/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 1/(2 + 4r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 3(2 + \sin\omega t)\mathrm{e}^{-4r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 6$ вдоль оси z в поле $U = (x - 6z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 9/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 10/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-3r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 10

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^9$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(2 + 2/r^2)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 3/r^{11}$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 6/r^4 - 1/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2\mathrm{e}^{-4r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 3(1 + 2\sin\omega t)\mathrm{e}^{-4r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 5$ вдоль оси z в поле $U = (x - 6z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 1/r^2 - 4/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 9/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-5r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $\ R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 11

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^{10}$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(3/r^2 + 2)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^6$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 3/r^2 - 3/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 4/(1 + r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(4 + \sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 2$ вдоль оси z в поле $U = (x + 8z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 1/r^2 - 6/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 8/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/7}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \ \ R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 12

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^4\varphi/\rho^8$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(r^2 + 4) - 2\ln r$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^6$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 5/r^2 - 1/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = \mathrm{e}^{-7r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 3(3 + \sin\omega t)\mathrm{e}^{-3r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 7$ вдоль оси z в поле $U = 2(y - 3z)/r^4$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 1/r^2 - 7/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 7/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/8}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \;\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 13

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 4$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^7$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 4/r^2)$. Скорость частиц $v = 1$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 5/r^7$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 1/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2\mathrm{e}^{-8r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = (4 + 2\sin\omega t)\mathrm{e}^{-3r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 1$ вдоль оси z в поле $U = (-2x + 3z)/r^3$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 1/r^2 - 8/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 6/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/10}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \ \ R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 14

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^4\varphi/\rho^6$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(3 + 3/r^2)$. Скорость частиц $v = 1$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 6/r^8$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 5/r^2 - 3/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 1/(3 + 2r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(4 + \sin\omega t)\mathrm{e}^{-9r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 2$ вдоль оси z в поле $U = 3(2y - z)/r^2$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 1/r^2 - 9/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 5/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/11}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \;\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 15

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^5\varphi\cos^2\varphi/\rho^8$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 2/r^2)$. Скорость частиц $v = 3$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 7/r^9$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 4/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2\mathrm{e}^{-4r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 3(1 + 2\sin\omega t)\mathrm{e}^{-r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 1$ вдоль оси z в поле $U = -(x + 2z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 2/r^2 - 3/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 4/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/12}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 16

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^2\varphi\cos^2\varphi/\rho^7$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = -2\ln r + \ln(1 + r^2)$. Скорость частиц $v = 1$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^6$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 6/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = \mathrm{e}^{-5r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(1 + 5\sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 3$ вдоль оси z в поле $U = 4(y - z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 2/r^2 - 4/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 3/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-5r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \;\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 17

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^4\varphi/\rho^6$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(2 + 1/r^2)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 9/r^7$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 4/r^2 - 8/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 3/(1 + 9r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(4 + \sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 2$ вдоль оси z в поле $U = (3y - z)/r^3$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 2/r^2 - 5/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 5/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-6r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 18

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 4$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^5$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(4 + 1/r^2)$. Скорость частиц $v = 3$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^4$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 1/r^2 - 7/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 6\mathrm{e}^{-3r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(1 + 6\sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 3$ вдоль оси z в поле $U = (3x - z)/r^2$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 2/r^2 - 2/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 6/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2),\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-8r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1,\ \ R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 19

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^4\varphi/\rho^9$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = -2\ln r + \ln(1 + 9r^2)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 6/r^{12}$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 7/r^2 - 2/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 5/(1 + 5r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 3(1 + 5\sin\omega t)\mathrm{e}^{-5r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 2$ вдоль оси z в поле $U = 2(5y - z)/r^5$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 4/r^2 - 2/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 7/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-9r^2}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \;\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 20

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 4$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^2\varphi\cos^2\varphi/\rho^4$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1/r^2 + 4)$. Скорость частиц $v = 2$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^7$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 5/r^4 - 2/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2\mathrm{e}^{-4r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 3(1 + 4\sin\omega t)\mathrm{e}^{-3r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 4$ вдоль оси z в поле $U = 2(x - 4z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 5/r^2 - 2/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 8/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/3}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 21

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^4\varphi/\rho^5$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1/r^2 + 9)$. Скорость частиц $v = 1$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^6$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 1/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 1/(3 + 4r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(1 + 7\sin\omega t)\mathrm{e}^{-2r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 3$ вдоль оси z в поле $U = (z + 2y)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 6/r^2 - 2/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 9/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/6}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \ R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 22

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 4$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^5\varphi\cos^2\varphi/\rho^2$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(r^2 + 9) - 2\ln r$. Скорость частиц $v = 3$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 5/r^4$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 3/r^2 - 1/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 2\mathrm{e}^{-7r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 4(1 + 2\sin\omega t)\mathrm{e}^{-3r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 4$ вдоль оси z в поле $U = (3z + y)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 7/r^2 - 2/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 4/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/7}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 23

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^3$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(4 + 2/r^2)$. Скорость частиц $v = 3$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 4/r^5$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 4/r^4 - 2/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 5/(1 + r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 2(1 + 3\sin\omega t)\mathrm{e}^{-5r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 1$ вдоль оси z в поле $U = 3(x + z)/r^4$.

8. В точке А находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки А находится центр поля $U = 8/r^2 - 2/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 11/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/8}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \;\; R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 24

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 2$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^3\varphi\cos^2\varphi/\rho^5$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 2r^2) - 2\ln r$. Скорость частиц $v = 1$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 5/r^7$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 2/r^4 - 1/r^2$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 4\mathrm{e}^{-4r^2}$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 3(1 + 2\sin\omega t)\mathrm{e}^{-6r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой "прицельной фазы" $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 2$ вдоль оси z в поле $U = (3x + 4z)/r^3$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 9/r^2 - 2/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля ("параксиальное" приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите "формулу тонкой линзы". Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 12/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся "плоские" тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2), \quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/9}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1, \ \ R \gg 1$.

Домашнее задание №13

Рассеяние под малыми углами

Вариант 25

1. Пучок частиц массой $m = 2$ налетает из бесконечности со скоростью $v = 1$ на рассеивающий центр. Известно, что при движении на частицы действует малая сила, проекция которой на направление, перпендикулярное движению, равна $F = \sin^2\varphi\cos^2\varphi/\rho^4$. Здесь ρ – прицельный параметр, φ – угол между направлением на центр и скоростью частицы. Найдите дифференциальное эффективное сечение рассеяния (ДЭСР) на малые углы. Является ли поле, в котором движется частица, центральным?

2. Найдите ДЭСР частиц массой $m = 2$ на малые углы в поле $U = \ln(1 + 16/r^2)$. Скорость частиц $v = 3$.

3. Пучок частиц массой $m = 2$, имеющих скорость $v = 1$, рассеивается в поле $U = 6/r^4$. Найдите ДЭСР на малые углы.

4. Найдите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих из бесконечности с большой скоростью $v_0 \gg 1$, в поле $U = 3/r^2 - 2/r$. При каком угле будет наблюдаться радужный ореол? Получите асимптотическое выраженние для ДЭСР вблизи этой интегрируемой корневой особенности.

5. Пучок быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, рассеивается в поле $U = 6/(2 + r^2)$. Чему равен угол отклонения θ частиц, имеющих прицельный параметр ρ? Выразите ДЭСР через корни этого уравнения $\rho_i(\theta)$. При каком угле θ_0 наблюдается радужное рассеяние? Получите асимптотическое выражение для ДЭСР для углов $\theta \ll \theta_0$ и близких к θ_0.

6. Рассмотрим рассеяние пучка быстрых частиц массой $m = 2$, имеющих энергию $E \gg 1$, в потенциале модулированной амплитуды $U = 6(1 + \sin\omega t)\mathrm{e}^{-5r^2}$. Результат рассеяния каждой частицы зависит от так называемой “прицельной фазы” $\varphi = \omega\tau$, где τ – момент времени, когда частица подходит к центру на минимальное расстояние. Получите ДЭСР как функцию приобретаемой частицей энергии. Результат рассеяния пучка не может зависеть от φ, поскольку в пучке присутствуют частицы с различной прицельной фазой. Усредните полученное выражение для ДЭСР по φ.

7. При рассеянии в нецентральном поле однородный осесимметричный налетающий пучок может в результате рассеяния потерять симметрию относительно своей оси. Сечение рассеяния при этом зависит не только от угла отклонения частиц. Получите ДЭСР на малые углы частиц массой $m = 2$, летящих со скоростью $v = 1$ вдоль оси z в поле $U = (2x - z)/r^5$.

8. В точке A находится изотропный источник частиц массой m, летящих в различных направлениях со скоростью v_0. На расстоянии d от точки A находится центр поля $U = 2/r^2 - 4/r$. Рассмотрим частицы, летящие под малым углом к направлению на центр поля (“параксиальное” приближение). Найдите расстояние от центра поля до точки пересечения направлений движения рассматриваемых частиц после рассеяния, т.е. получите “формулу тонкой линзы”. Будет ли фокусироваться параксиальный пучок частиц, слабо отклоняемых полем? Может ли фокус быть действительным?

9. Рассмотрим модель преломления пучка частиц. Пусть в полупространстве $z > 0$ потенциальная энергия частиц $U = 0$, а при $z < 0$ она равна $U = U_0$. Узкий параллельный пучок частиц массой m с энергией $E \gg 1$ падает на плоскость раздела $z = 0$ под углом α к нормали. Плотность потока частиц в пучке равна n, его площадь сечения S. На поверхности $z = 0$ находятся мелкие рассеивающие тяжелые центры, создающие малый дополнительный потенциал $\delta U(r) = 13/r$. Получите распределение частиц по направлениям. Имеет ли распределение особенность в зеркальном направлении? Каким будет это распределение, если вместо изотропных центров на поверхности находятся “плоские” тонкие зеркальные пластинки радиуса R, форма поверхности которых $z = \varepsilon(R^2 - x^2 - y^2)$, $\quad \varepsilon \ll 1$?

10. Взаимодействие частиц в пучке искажает их распределение по углам. Пусть на центр поля налетает однородный пучок частиц массой m со скоростью v, концентрация частиц в пучке n, его сечение представляет собой круг радиусом R. ДЭСР на малые углы в этом поле известно равно $\mathrm{d}\sigma = f(\varphi)\mathrm{d}\varphi$. Потенциальная энергия взаимодействия частиц имеет вид $U = V\mathrm{e}^{-r^2/4}$. Рассматривая эффект взаимодействия частиц в приближении среднего поля, найдите среднюю силу, действующую на частицу со стороны всего пучка. Как изменится распределение частиц по углам на расстоянии L от центра рассеяния? В каком случае это изменение существенно? Решите задачу в предельных случаях $R \ll 1$, $\; R \gg 1$.